Sistemi za podporo odločanju

Decision Support Systems (DSS)

Odločanje – izbira najboljše **rešitve** iz množice dopustnih rešitev (izbira avtomobila iz množice dostopnih avtomobilov).

Izbiramo na osnovi **kriterijev** (cena, poraba, hitrost, varnost, udobnost . . .).

Najenostavnejše je **enokriterijsko odločanje** – rešitev izberemo na osnovi enega samega kriterija: npr. če izbiramo avto in je za nas pomembna samo cena, izberemo najcenejši avto).

Vendar se ponavadi odločamo na osnovi večih kriterijev.

Večkriterijsko odločanje – na izbiro rešitve vpliva veliko kriterijev, ki pa niso vsi enako pomembni.

Pri večkriterijskem odločanju se srečamo z dvema pojmoma:

1. **Preferenčna relacija** S (imam raje kot):
   xSy – x imam raje kot y.
2. **Funkcija koristnosti** – $w(x)$, ki izmeri stopnjo zaželenosti (prednosti, prioritete) rešitve x.

Odločanje v praksi: vemo kaj imamo raje (poznamo preferenčno relacijo), vendar pa rešitvam ne znamo prirediti neke vrednosti (funkcije koristnosti ne poznamo).

Zahteva pri pretvorbi preferenčne relacije v funkcijo koristnosti:

$$xSy \Rightarrow w(x) > w(y)$$

Če imam x raje kot y, potem mora biti funkcija koristnosti rešitve x večja kot funkcija koristnosti rešitve y.

Naloga: Kako iz preferenčne relacije dobiti funkcijo koristnosti? Eden od postopkov, ki nam omogoča to narediti na avtomatičen način je **Saatyev postopek** (Thomas L. Saaty):

Saatyev postopek

Kako iz preferenčne relacije dobimo funkcijo koristnosti?

Naj kvadratna matrika $A = a_{ij}$ $(i = 1..m, j = 1..m)$ predstavlja vse parne primerjave m kriterijev. Za primerjave uporabimo naslednjo lestvico:

- 1 – kriterija i in j sta *enako* pomembna
- 3 – kriterij i je *malce* pomembnejši od j
- 5 – kriterij i je *opazno* pomembnejši od j
- 7 – kriterij i je *bistveno* pomembnejši od j
- 9 – kriterij i je *absolutno* pomembnejši od j

Primerjavam lahko dodelimo tudi vmesne ocene 2, 4, 6, 8, če se ne moremo odločiti za vrednosti iz tabele.

Obratna vrednost pomeni, da je kriterij j pomembnejši od i, npr. $a_{ij} = \frac{1}{5}$ pomeni, da je j *opazno* pomembnejši od i.

Pojavi se problem usklajenosti ocen:

$$a_{ik} * a_{kj} = a_{ij} \quad ???$$

Kako iz matrike primerjav A dobimo koristnosti w?

Vektor koristnosti w dobimo z rešitvijo problema **lastnih vrednosti matrike** A:

$$Aw = \lambda w$$

kjer je λ največja lastna vrednost matrike A, w pa pripadajoči lastni vektor.

Za matriko A velja:

- po diagonali so enice
- simetrične vrednosti so inverzne: $a_{ji} = \frac{1}{a_{ij}}$

Taka matrika se imenuje **pozitivna recipročna matrika**.

Lastni vektor, ki pripada največji lastni vrednosti za pozitivne recipročne matrike lahko dobimo na več načinov:

1. **Natančna metoda** – *potenčna metoda* – matriko potenciramo na neko dovolj veliko potenco in nato seštejemo in normaliziramo po vrsticah, tako da je vsota 1. To metodo uporabljamo pri delu z računalnikom.

2. **Približna metoda** – matriko normaliziramo, tako da je vsota po stolpcih 1, ter izračunamo povprečni element v vrstici. Tako dobimo vektor w, $i = 1..m$.

Lastna vrednost, ki pripada dobljenemu lastnemu vektorju je:

$$\lambda = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} \frac{(Aw)_i}{w_i}$$

Primer: izbira nove službe...

Usklajenost matrike primerjav

Kot smo že omenili, so ocene v matriki povezane med sabo. Veljati mora tranzitivnost:

$$a_{ik} * a_{kj} = a_{ij}$$

Za vsako matriko primerjav lahko izračunamo, kako so primerjave usklajene med sabo.

Velja: V primeru popolne usklajenosti je največja lastna vrednost enaka dimenziji matrike A.

$$\lambda = m \Leftrightarrow A \ popolnoma \ usklajena$$

Sicer pa je največja lastna vrednost večja od m ($\lambda > m$).

Na osnovi tega odstopanja je zgrajen **indeks usklajenosti** – I:

$$I = \frac{\lambda - m}{m - 1}$$

$$\lambda = m \Rightarrow I = 0 \;\; (A \;\; popolnoma \;\; usklajena)$$

Ta indeks moramo še primerjati z indeksom, ki ga dobimo iz slučajno generiranih pozitivnih recipročnih matrik enakih dimenzij nad lestvico 1..9 – **slučajni indeks** – random index – I_R.

m	I_R
2	0.50
3	0.58
4	0.90
5	1.12
6	1.24
7	1.32
8	1.41
9	1.45
10	1.51

Če $\frac{I}{I_R} < 0.1$ je matrika dovolj usklajena, sicer je treba matriko popraviti, ker je neuporabna – rezultati ne bodo pravi (neusklajene, nekonsistentne primerjave).

Primer – izbira zaposlitve ...

Na enak način kot smo določili prednosti kriterijev, določimo tudi prednosti rešitev.

Saatyeva metoda – celoten postopek

1. Rezultat Saatyevega postopka je matrika Q in vektor w:

X \ R	R_1	R_2		R_j		R_m	P
X_1	q_{11}	q_{12}	...	q_{1j}	...	q_{1m}	P_1
X_2	q_{21}	q_{22}	...	q_{2j}	...	q_{2m}	P_2
...	...	...	...	...	...	...	...
X_i	q_{i1}	q_{i2}	...	q_{ij}	...	q_{im}	P_i
...	...	...	...	...	...	...	...
X_n	q_{n1}	q_{n2}		q_{nj}	...	q_{nm}	P_n
w	w_1	w_2	...	w_j	...	w_m	$\max(P_i)$

R_j – kriteriji ($j = 1..m$);
X_i – rešitve ($i = 1..n$);
w_j – prednost kriterija j ($j = 1..m$);
q_{ij} – prednost rešitve i glede na kriterij j;
P_i – združena prednost rešitve i glede na vse kriterije.

2. Vektor w dobimo kot lastni vektor matrike parnih primerjav vseh m kriterijev: $R/R \to w$

3. Za vsak kriterij R_j ($j = 1..m$) primerjamo po parih vse rešitve med sabo
   $R_j : X/X \to q_j$
   vektor q_j predstavlja prednosti vseh rešitev glede na kriterij R_j, postavimo ga kot stolpec pri kriteriju R_j v matriko Q

4. Izračunamo združene prednosti rešitev glede na vse kriterije:
$$P_i = \sum_{j=1}^{m} w_j q_{ij}$$
   Najboljša rešitev X_k je tista, za katero velja:
$$P_k = \max_{i=1..n} P_i$$

Posplošitev Saatyevega modela
Uporaba absolutnih vrednosti

Če so vrednosti kriterijev številske, jih lahko uporabimo namesto matrike parnih primerjav npr. (cena avtomobila, mesečna plača). V tem primeru dobimo vektor w samo z normalizacijo vrednosti. Pri tem obstajata dve možnosti:

1. Če zaželenost rešitve z večanjem vrednosti narašča, normaliziramo vnešene absolutne vrednosti, tako da bo vsota 1 (npr. mesečna plača).
2. Če zaželenost rešitve z večanjem vrednosti pada, pa normaliziramo inverzne vrednosti
(npr. cena avtomobila).

Hierarhija – drevesna struktura kriterijev

Če imamo veliko kriterijev, jih je težko obvladati naenkrat, zato kriterije, ki so si podobni združujemo v sestavljene kriterije, npr.:

zahtevnost dela:
....fizična zahtevnost
....umska zahtevnost.

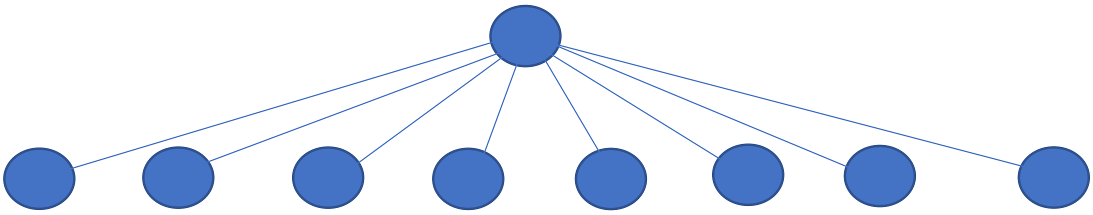
Sestavljene kriterije nato povezujemo z drugimi sestavljenimi kriteriji v drevesno strukturo kriterijev – hierarhijo.

Hierarhija omogoča obvladati kompleksne sisteme.

Nudi nam **globalni pregled** glavnih dejavnikov na višjih nivojih in **podroben pregled** strukture in funkcij na nižjih nivojih.

S pomočjo hierarhije se zmanjša število primerjav, ki jih moramo vnesti, zato so matrike bolj usklajene.

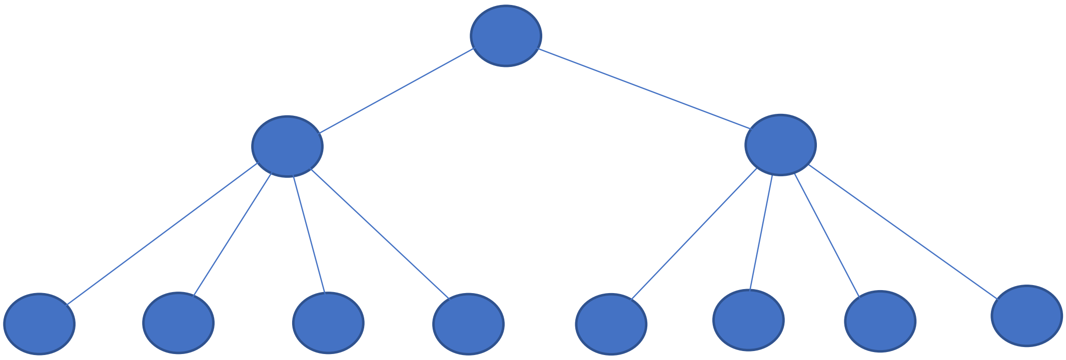
8 kriterijev: potrebno število primerjav: 8*7/2 = 28



----

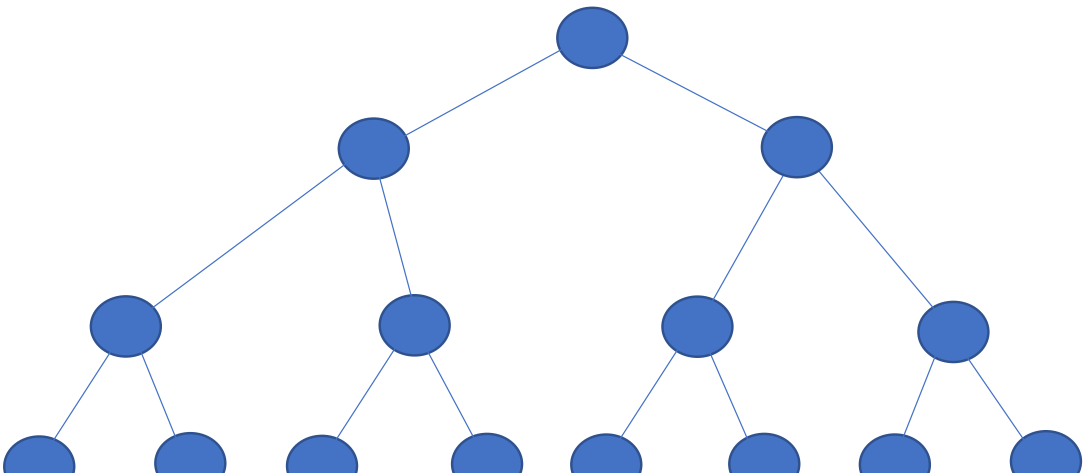
8 kriterijev, po štirje združeni v sestavljeni kriterij:

Potrebno število primerjav: 4*3/2 + 4*3/2 + 1 = 13



----

8 kriterijev, dvojiško drevo: Potrebno število primerjav: 7



S pomočjo Saatyevega postopka lahko pridemo do delnih (na nižjih nivojih) in združenih (na višjih nivojih) prednosti kriterijev.

Primer: Izbira zaposlitve.

Odločanje v skupini

Več posameznikov odloča o isti zadevi.

Hierarhični Saatyev postopek lahko uporabimo tudi za **skupinsko odločanje** – na prvem nivoju so odločevalci, na nižjih pa si vsak odločevalec izbere svoje kriterije.

Primer: Skupinsko odločanje.